

どうすれば高校生が数学の研究を
することができるのか

私達が一番伝えたいことは、
普通の高校生でも数学の発見ができる
ということです。

今から説明する方法を使うと、とても簡単にテーマを見つける
ことができます。

関西学院高等部数理科学部では、この方法で30以上の国内外
の査読付き雑誌で論文を掲載し、7回の国際学会で発表してき
ました。

このスライドでは、いままで紹介してきたチョコレートゲーム以外のもものを紹介します。

丁半博打



Problem 1.

サイコロを2つ投げて、出たサイコロの目の和が偶数になる確率を計算せよ.

サイコロ	偶数	奇数
確率	1/2	1/2

2つのサイコロ A & B	奇数 & 偶数	偶数 & 奇数	偶数 & 偶数	奇数 & 奇数
2つのサイコロ の和	奇数	奇数	偶数	偶数
確率	$1/2 \times 1/2 = 1/4$	$1/2 \times 1/2 = 1/4$	$1/2 \times 1/2 = 1/4$	$1/2 \times 1/2 = 1/4$

この問題で数学研究を行いたい。
この問題から新しい問題を作ることは
できるか？

Problem 1.

サイコロを2つ投げて、出たサイコロの目の和が
偶数になる確率を計算せよ。

Problem 1.1.

サイコロを3つ(もしくはそれ以上)投げて、出たサイコロの目の和が偶数になる確率を計算せよ.

この問題は高校の問題集でも
あるようなものです。

Problem 1.2.

サイコロを2つ投げて、出たサイコロの目の差が偶数になる確率を計算せよ.

この問題も高校の問題集で
あるようなものです。

Problem 1.3.

サイコロを2つ投げて、出たサイコロの目の和が
3の倍数になる確率を計算せよ.

この問題も高校の問題集で
あるようなものです。

Problem 1.4.

トランプを2枚取って、取ったトランプの数の和が偶数になる確率を計算せよ.

この問題を考えた人がいるかどうか
わかりません。

Problem 1.4.の答え

合計が偶数となる確率

$$(28C_2 + 24C_2) / 52C_2 = 0.493212$$

合計が奇数となる確率

$$(28C_1 \times 24C_1) / 52C_2 = 0.506787$$

カードの枚数	奇数	奇数の確率(%)	偶数	偶数の確率(%)
2	672	0.506787	654	0.493212

Problem 1.5.

トランプを3枚(もしくはそれ以上)取って、取ったトランプの数の和が偶数になる確率を計算せよ.

Problem 1.5.の答え

r	Bigger	odd(r)	odd(r) / ${}_{52}C_r$	even(r)	even(r) / ${}_{52}C_r$
1	odd	28	0.5384615385	24	0.4615384615
2	odd	672	0.5067873303	654	0.4932126697
3	even	11 004	0.4979185520	11 096	0.5020814480
4	even	135 296	0.4997543633	135 429	0.5002456367
5	odd	1 299 984	0.5001939237	1 298 976	0.4998060763
6	odd	10 179 456	0.5000096274	10 179 064	0.4999903726
7	even	66 888 784	0.4999738684	66 895 776	0.5000261316
8	odd	376 269 696	0.5000008252	376 268 454	0.4999991748
9	odd	1 839 554 904	0.5000046762	1 839 520 496	0.4999953238
10	even	7 910 002 496	0.4999993923	7 910 021 724	0.5000006077
11	even	30 201 800 664	0.4999989445	30 201 928 176	0.5000010555
12	odd	103 189 758 336	0.5000002660	103 189 648 534	0.4999997340
13	odd	317 506 963 984	0.5000002900	317 506 595 616	0.4999997100
14	even	884 482 962 816	0.4999998816	884 483 381 784	0.5000001184
15	even	2 240 690 280 144	0.4999999056	2 240 691 126 176	0.5000000944
16	odd	5 181 597 854 336	0.5000000582	5 181 596 647 779	0.4999999418
17	odd	10 972 794 957 444	0.5000000355	10 972 793 399 976	0.4999999645
18	even	21 335 987 301 216	0.4999999677	21 335 990 060 434	0.5000000323
19	even	38 180 189 126 884	0.4999999850	38 180 191 415 016	0.5000000150
20	odd	62 997 316 521 216	0.5000000204	62 997 311 372 919	0.4999999796
21	odd	95 995 908 274 464	0.5000000068	95 995 905 659 456	0.4999999932
22	even	135 266 955 835 136	0.4999999853	135 266 963 799 024	0.5000000147
23	even	176 435 163 909 024	0.4999999970	176 435 166 048 576	0.5000000030
24	odd	213 192 496 171 776	0.5000000121	213 192 485 860 324	0.4999999879
25	odd	238 775 590 354 000	0.5000000009	238 775 589 521 952	0.4999999991
26	even	247 959 260 857 728	0.4999999887	247 959 272 090 376	0.5000000113

27	odd	238 775 590 354 000	0.5000000009	238 775 589 521 952	0.4999999991
28	odd	213 192 496 171 776	0.5000000121	213 192 485 860 324	0.4999999879
29	even	176 435 163 909 024	0.4999999970	176 435 166 048 576	0.5000000030
30	even	135 266 955 835 136	0.4999999853	135 266 963 799 024	0.5000000147
31	odd	95 995 908 274 464	0.5000000068	95 995 905 659 456	0.4999999932
32	odd	62 997 316 521 216	0.5000000204	62 997 311 372 919	0.4999999796
33	even	38 180 189 126 884	0.4999999850	38 180 191 415 016	0.5000000150
34	even	21 335 987 301 216	0.4999999677	21 335 990 060 434	0.5000000323
35	odd	10 972 794 957 444	0.5000000355	10 972 793 399 976	0.4999999645
36	odd	5 181 597 854 336	0.5000000582	5 181 596 647 779	0.4999999418
37	even	2 240 690 280 144	0.4999999056	2 240 691 126 176	0.5000000944
38	even	884 482 962 816	0.4999998816	884 483 381 784	0.5000001184
39	odd	317 506 963 984	0.5000002900	317 506 595 616	0.4999997100
40	odd	103 189 758 336	0.5000002660	103 189 648 534	0.4999997340
41	even	30 201 800 664	0.4999989445	30 201 928 176	0.5000010555
42	even	7 910 002 496	0.4999993923	7 910 021 724	0.5000006077
43	odd	1 839 554 904	0.5000046762	1 839 520 496	0.4999953238
44	odd	376 269 696	0.5000008252	376 268 454	0.4999991748
45	even	66 888 784	0.4999738684	66 895 776	0.5000261316
46	odd	10 179 456	0.5000096274	10 179 064	0.4999903726
47	odd	1 299 984	0.5001939237	1 298 976	0.4998060763
48	even	135 296	0.4997543633	135 429	0.5002456367
49	even	11 004	0.4979185520	11 096	0.5020814480
50	odd	672	0.5067873303	654	0.4932126697
51	odd	28	0.5384615385	24	0.4615384615
52	even	0	0	1	1.000000000

この表の中にはとても面白いことがあります。

和が奇数になる方が多い場合が28

和が偶数になる方が多い場合が24あります。

しかし、この28と24という数字は

トランプの奇数と偶数の枚数と同じです。

このように問題を少し変えることで
新しい発見ができます。

Problem 2.

折り紙を用いた最大容積問題

正方形の折り紙から 図1のように x cm \times x cm の正方形を4箇所切り取って、図2のように直方体を作る。

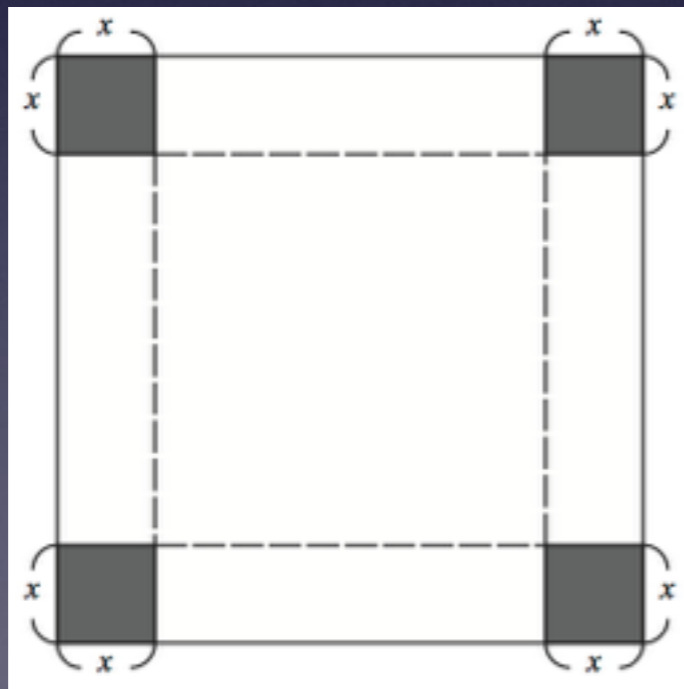


図 1

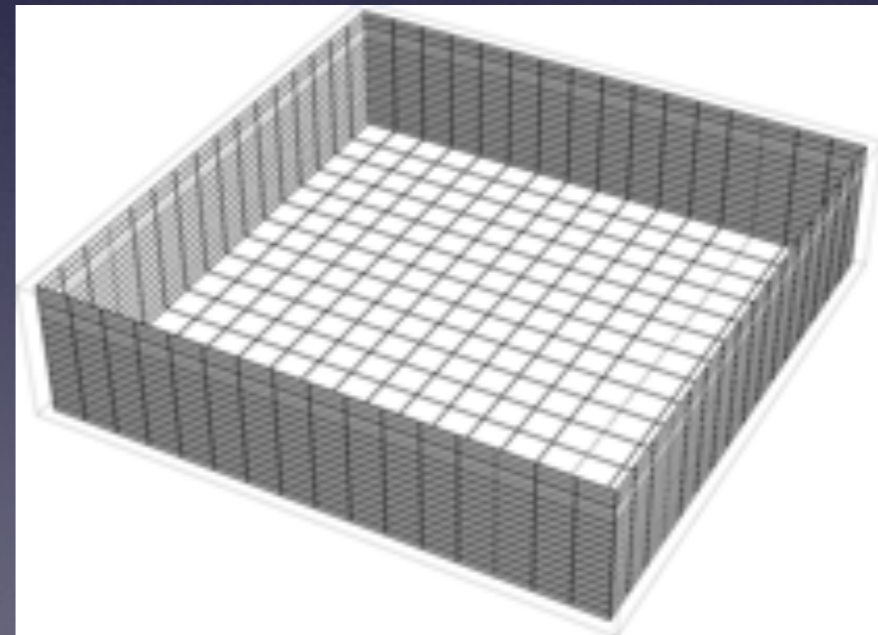


図 2

この問題で数学研究を行いたい。
この問題から新しい問題を作ることは
できるか？

Problem 2.

正方形の折り紙から $x \text{ cm} \times x \text{ cm}$ の正方形を切り取って、
直方体を作る。

Problem 2.1.

正方形の折り紙から $x \text{ cm} \times x \text{ cm}$ の正方形を切り取って、
直方体を作る。

Problem 2.2.

正方形の折り紙から $x \text{ cm} \times y \text{ cm}$ の長方形を切り取って、
直方体を作る。

Problem 2.3.

正方形の折り紙から 図3の黒色部分を切り取って、直方体のような物体(図4)を作る。

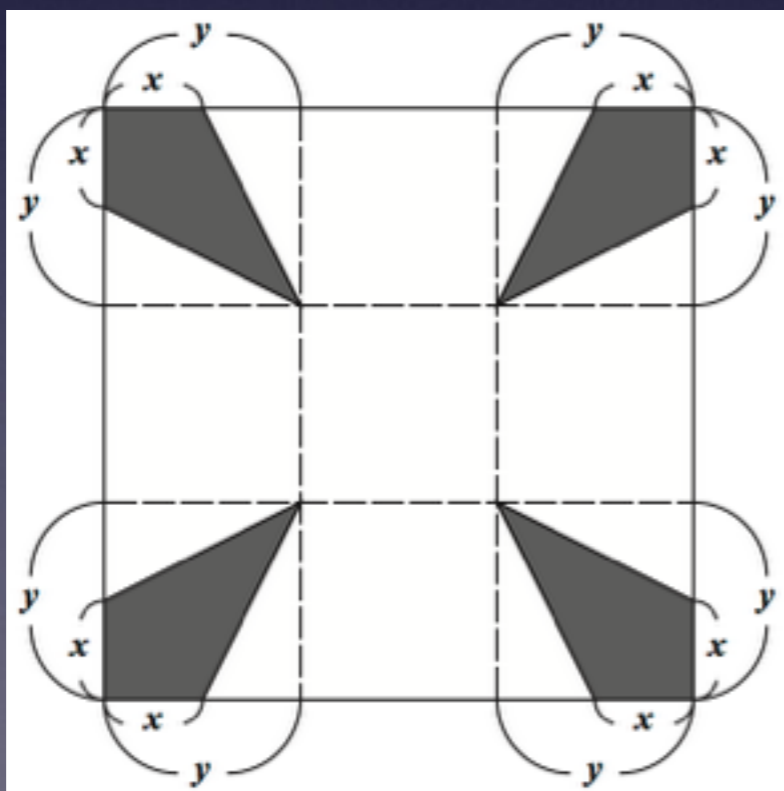


図 3

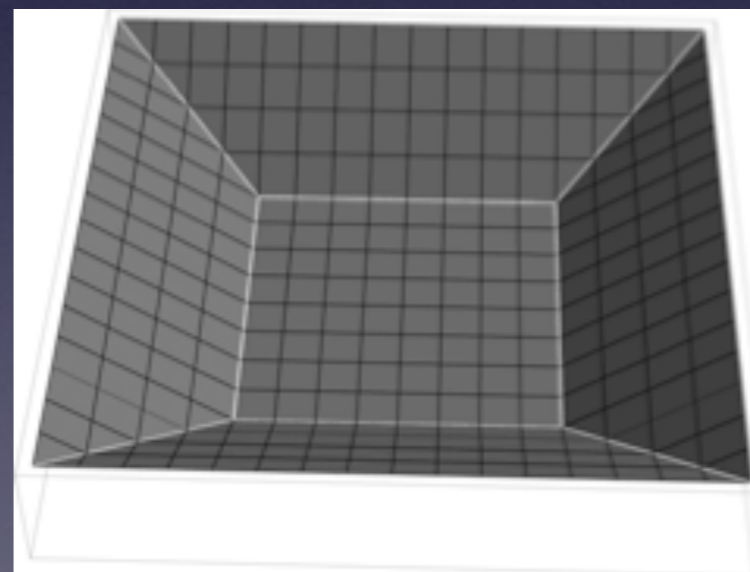
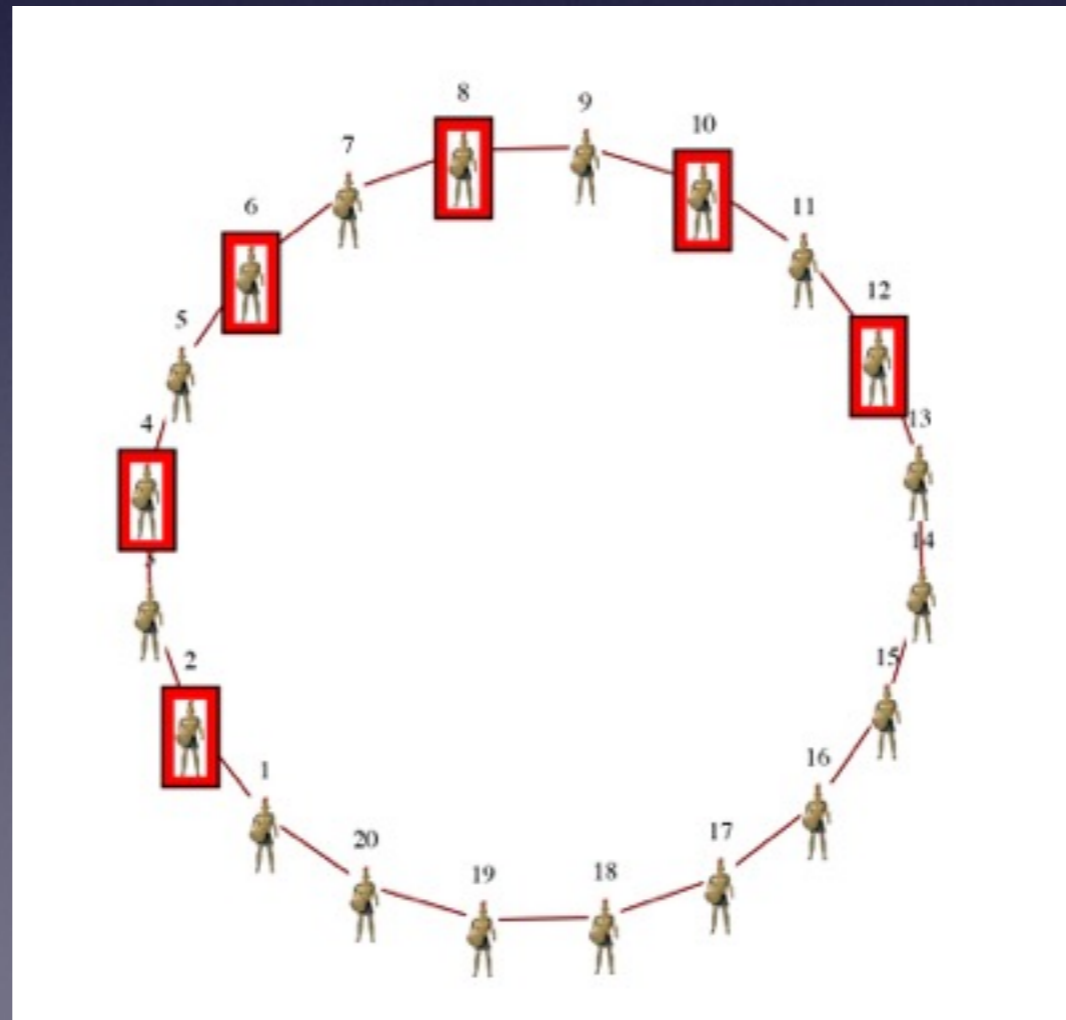


図 4

このように問題を变えることで
世界初の発見をしました。

Problem 3. ヨセフス問題

円形に人を並べる。1人目から右周りに
向かって、2つごとに人を取り除いていく。
最後に残る人はどこにいる人か？



Problem 3.

円形に数を並べる。数の少ない方から数の多い方へ向かって、2つごとに数字を消していく。
最後に残る数字はどれか。

この問題を変えて新しい問題を作ることができますか。

Problem 3.1.

円形に数を並べる。数の少ない方から数の多い方へ向かって、3つ(もしくはそれ以上)ごとに数字を消していく。最後に残るのはどの数字か。

Problem 3.2.

円形に数を並べる. 1つのプロセスは数の少ない方から数の多い方へ向かって, もう1つのプロセスは数の多い方から少ない方へ向かって, 2つごとに数字を消していく.
最後に残るのはどの数字か.

Problem 3.3.

円形に数を並べる。 1つのプロセスは数の少ない方から
数の多い方へ向かって、もう1つのプロセスは数の多い方から
少ない方へ向かって、3つ(もしくはそれ以上)ごとに
数字を消していく。最後に残るのはどの数字か。

Problem 3.4.

一直線に数を並べる。数の少ない方から数の多い方へ向かって、2つごとに数字を消していく。

(一番大きい数に到達したら、方向を変えて一番小さい数のある方向へ向かっていく。)

最後に残るのはどの数字か。

The screenshot shows a simulation of the Josephus problem. At the top, a horizontal row of 15 numbered boxes (1 to 15) is displayed. Below this, the text "Josephus Number 6" is shown. To the left, a list of numbers is displayed: "10,9,3,15,2,14,4,8, 13,11,7,5,12,1,". On the right side, there are three sliders: "n : 15", "r : 10", and "steps : 14".

Problem 3.5.

8の字型に数を並べる。数の少ない方から数の多い方へ向かって、2つごとに数字を消していく。最後に残るのはどの数字か。

Carrier 6:08 PM

Josephus Number

5,10,14,19,6,11,17,4,12,1,9,2,15,

sequence reverse cross

n 19

r 5

steps 13

7 6 5
8 4
9 3
10 1 2
19 11
18 12
17 13
16 15 14

問題を少し変えることで
新しい発見ができます。